

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

7. rujna 2015.
1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$?
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

(ii) Je li $F(x) = \ln \sqrt{\sin x}$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{1}{2}\text{ctg}x$?
Objasnite! (4 boda)

(iii) Odredite $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$ i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-2}^1 (x^3 - x) dx$.
(4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (2 boda)

(ii) Primijenite formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = \sqrt{x^3 + y^2 + 4}$ oko $(x_0, y_0) = (1, 2)$. (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite te formule na (ii). Posebno za $\Delta x = 0.02$ i $\Delta y = -0.01$. (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljom $y = -x^2 + 4$, pravcem $y = 2$ te x -osi. Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) 2x^3y^2 = y' \quad (b) \sin(xy) + y' \ln x = 2$$

$$(c) 3y'\sqrt{x} = 2y + 4 \quad (d) ye^x + 3y' = 0.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

7. rujna 2015.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite integrale

(i) $\int \sin(3x) \cos(2x) dx$, (3 boda)

(ii) $\int_1^\infty \frac{dx}{2(\sqrt{x+1})^2\sqrt{x}}$, (4 boda)

(iii) $\int_0^3 (x+2)e^x dx$. (3 boda)

2. Zadane su krivulje $y = x^3$ i $y = (x + 1)^2 - 1$.

(i) Skicirajte površinu omeđenu tim krivuljama. (2 boda)

(ii) Zapišite integral koji odgovara površini dobivenoj pod (i).
(2 boda)

(iii) Riješite integral koji ste dobili pod (ii). (6 bodova)

3. Funkcija $z = f(x, y)$ zadana je implicitno sa

$$2x^2 - 2y^2 + z^2 = 8xz + z.$$

(i) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na graf te funkcije u točki $(0, 1, z_0)$, $z_0 > 0$. (5 bodova)

(ii) Odredite f_{xx} i f_{yx} . (5 bodova)

4. Zadana je funkcija

$$f(x, y) = (x + 2)^2 - y^2 - xy.$$

(i) Odredite lokalne ekstreme funkcije f . (5 bodova)

(ii) Izračunajte približnu vrijednost funkcije f u točki $(2.12, 2.9)$.
(5 bodova)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' - 9y = e^x.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) koje zadovoljava početne uvjete

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 10.$$

(3 boda)